Tentamen Partiële Differentiaalvergelijkingen
30 Augustus 2002, 14.00–17.00 uur

1. Los het volgende Cauchy probleem op:

$$uu_x + u_y = 1, \quad u(x,x) = \frac{1}{2}x.$$

2. Bepaal met behulp van separatie van variabelen de oplossing van de hyperbolische vergelijking:

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

als de beginvoorwaarden worden gegeven door

$$\begin{cases} u(x,0) = 13\cos 7x, \quad u_t(x,0) = 7\cos 13x, \quad 0 < x < \pi, \\ u_x(0,t) = 0, \quad u_x(\pi,t) = 0, \quad t > 0. \end{cases}$$

3. Beschouw de warmte-geleidingsvergelijking:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

met de bepaalde randvoorwaarden

$$\begin{cases} u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 < x < \pi, \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad t > 0. \end{cases}$$

Laat zien dat de vergelijking kan worden gereduceerd tot een homogene warmte-geleidingsvergelijking.

4. Bepaal een formele oplossing van

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 2,$$

met de randcondities

$$\begin{cases} u(x,0) = \varphi(x), \quad u(x,2) = 0, \quad 0 \le x \le 1, \\ u(0,y) = u(1,y) = 0, \quad 0 \le y \le 2, \end{cases}$$

als $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$.